

代號：34070
34170
頁次：3-1

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試
類 科：電力工程、電子工程
科 目：工程數學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
- (二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
- (三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、限定使用反矩陣法求解下列線性方程組。(10分)

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

二、已知函數 $f(z) = \frac{-3z+5}{z(z^2-3z+2)}$ ，求圍線積分 $\oint_c f(z)dz$ ，其中 c 為 $|z| = \frac{3}{2}$ 之圓且路徑為逆時針方向。(10分)

三、假設函數 $f(x) = x + \pi$ ，且 $-\pi < x < \pi$ (週期為 2π)，試求傅立葉 (Fourier) 級數展開式並以此結果驗證下列等式成立。(15分)

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

四、某工廠使用 A、B、C 三台機器製造產品，假設每台機器各自製造出 25%、35%、30% 的產品，而這三台機器製造出的產品瑕疵率分別為 5%、3%、4%。若取出一個產品經檢驗為瑕疵品，請問使用 A、B、C 三台機器製造此一瑕疵品的機率各是多少？(15分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：7340

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

- 1 若多項式 $p_1(x) = x^2 - 2x + 1$ ， $p_2(x) = 2x^2 + ax - 1$ ， $p_3(x) = x^2 + x + b$ 所拓展 (span) 的子空間維度為 3，則 (a, b) 為何？
 (A) $(2, \frac{1}{2})$ (B) $(-1, -2)$ (C) $(1, -\frac{4}{5})$ (D) $(0, -\frac{5}{4})$
- 2 某向量經過線性轉換 (linear transformation) $T = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$ 之後，長度被放大 r 倍，逆時針旋轉角度 θ 。 r 和 θ 分別為何？
 (A) $r = \sqrt{3}, \theta = 60^\circ$ (B) $r = 1, \theta = -30^\circ$ (C) $r = 2, \theta = 60^\circ$ (D) $r = 2, \theta = -30^\circ$
- 3 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $\det(A^5)$ 為何？
 (A) 32 (B) 0 (C) -16 (D) -32
- 4 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，下列何者為其特徵向量 (eigenvector)？
 (A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
- 5 令 $z = x + iy$ ， i 為單位虛數，則 e^{z^2} 的虛部為何？
 (A) $e^{x^2-y^2} \sin(2xy)$ (B) $-e^{x^2-y^2} \sin(2xy)$ (C) $-e^{x^2-y^2} \cos(2xy)$ (D) $e^{x^2-y^2} \cos(2xy)$
- 6 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ a & 0 & 2 \\ 1 & 3 & b \end{bmatrix}$ ，其特徵多項式 (characteristic polynomial) 為 $\lambda^3 + c\lambda^2 + 3\lambda - 2$ 。則 $4a + b + c$ 為何？
 (A) -16 (B) -7 (C) -2.5 (D) -2
- 7 微分方程式 $y' + \cos(x)y = 1$ ，初始值 $y(\pi) = A$ 。若 $y(x)$ 的級數解為 $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - \pi)^n$ ，則 a_3 為何？
 (A) 1 (B) $\frac{1}{6}$ (C) A (D) $\frac{1+A}{2}$
- 8 函數 $f(x) = e^{-2x}$ ， $-1 \leq x \leq 1$ ，其傅立葉級數 (Fourier series) 在 $x = -1$ 時收斂於 A ，在 $x = 0$ 時收斂於 B ，在 $x = 1$ 時收斂於 C 。則 $A + B + C$ 為何？
 (A) $e^2 - e^{-2} + 1$ (B) $\frac{e^2 - e^{-2}}{2} + 1$ (C) $\frac{e^2 + e^{-2}}{2}$ (D) $e^2 + e^{-2} + 1$

- 9 考慮定義於頂點為 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(2, 2)$ 的三角形的連續隨機變數 X 和 Y ，其機率密度函數 (probability density function) 為均勻分配 (uniform distribution)。機率 $P_r(X \leq 2, Y \leq 1)$ 為何？
 (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{4}{5}$
- 10 連續隨機變數 X 和 Y 的結合機率密度函數 (joint probability density function) 為 $f_{XY}(x, y) = \begin{cases} A(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ ，則 $0 \leq y \leq 3$ 區間內的邊際 (marginal) 機率密度函數 $f_Y(y)$ 為何？
 (A) $\frac{1}{12}(1+2y)$ (B) $\frac{1}{15}(2+2y)$ (C) $\frac{2}{21}(2+y)$ (D) $\frac{2}{39}(2+3y)$
- 11 矩陣 $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 8 \\ -1 & -3 & -2 & -5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 的秩 (rank) 為何？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 12 下列何者構成空間 \mathbf{R}^3 的基底？
 (A) $[1, 2, 0]$ 和 $[0, 1, -1]$ (B) $[1, 1, -1]$ ， $[2, 3, 4]$ ， $[4, 1, -1]$ 和 $[0, 1, -1]$
 (C) $[1, 2, 2]$ ， $[-1, 2, 1]$ 和 $[0, 8, 0]$ (D) $[1, 2, 2]$ ， $[-1, 2, 1]$ 和 $[0, 8, 6]$
- 13 已知一個 3×3 矩陣 B 的特徵值 (eigenvalues) 為 $0, 1, 2$ ，請問這些已知資訊尚不足以決定下列那個值？
 (A) B 的秩 (rank) (B) $B^T B$ 的特徵值 (C) $B^T B$ 的行列式值 (D) $(B+I)^{-1}$ 的特徵值
- 14 有一投影矩陣 $P = A(A^T A)^{-1} A^T$ ，其中 A 為 $m \times n$ 矩陣，其秩為 n 。請問下列何者錯誤？
 (A) $P^T = P$ (B) $P^{-1} = P$ (C) $P^2 = P$ (D) $P^{123} = P$
- 15 下列何者是級數 $\sum_{n=0}^{\infty} 16^n (z+i)^{4n}$ 的收斂區域？
 (A) $|z+i| < \frac{1}{2}$ (B) $|z+i| < 1$ (C) $|z+i| < 2$ (D) $|z+i| < 4$
- 16 微分方程式 $y'' + 3y' + 2y = f(t)$ ，初始值 $y(0) = y'(0) = 0$ 。若 $y(t)$ 的拉式轉換 (Laplace transform) 為 $Y(s) = \frac{1}{(s^2 + 3s + 2)(s-2)^2}$ ，則 $f(t)$ 為何？
 (A) te^{-2t} (B) $t^2 e^{-2t}$ (C) te^{2t} (D) $t^2 e^{2t}$
- 17 積分方程式 $y(t) + \int_0^t (t-\tau)y(\tau)d\tau = 1$ 的解為何？
 (A) $y(t) = \cos t$ (B) $y(t) = \sin t$ (C) $y(t) = \cos t + \sin t$ (D) $y(t) = e^t$
- 18 欲以積分因子 (integrating factor) 求解微分方程式 $-ydx + xdy = 0$ ，請問下列何者不為合適的積分因子，因其無法將方程式化為正合 (exact) 形式？
 (A) $1/x^2$ (B) $1/xy$ (C) $1/(x^2+y^2)$ (D) xy
- 19 一副撲克牌 52 張牌中包含 4 種花色 (黑桃、方塊、紅心、梅花)，每種花色 13 張牌。每抽一張牌後即將所抽的牌放回去洗牌重抽，請問這樣抽三次牌其中包含至少兩張黑桃的機率有多少？
 (A) $5/16$ (B) $27/64$ (C) $9/64$ (D) $5/32$
- 20 假設一輛公車到達一個車站的時間為均勻分布於區間 (t_1, t_2) ，而其平均值為 14:00，標準差為 $\sqrt{12}$ 分鐘。請問 (t_1, t_2) 的區間為何？
 (A) (13:54, 14:06) (B) (13:53, 14:07) (C) (13:52, 14:08) (D) (13:51, 14:09)

測驗式試題標準答案

考試名稱：110年特種考試地方政府公務人員考試

類科名稱：電子工程、電力工程

科目名稱：工程數學（試題代號：7340）

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	C	D	A	B	D	B	D	C	B

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	B	C	B	B	A	C	A	D	D	A

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：